ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN QUỲNH HOA

BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG DẠNG BLUM - OETTLI TỔNG QUÁT VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2019

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN QUỲNH HOA

BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG DẠNG BLUM - OETTLI TỔNG QUÁT VÀ ỨNG DỤNG

Ngành: Toán Giải tích
Mã số: 9460102

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: GS.TSKH. Nguyễn Xuân Tấn

THÁI NGUYÊN - 2019

Lời cam đoan

Luận án được hoàn thành dưới sự hướng dẫn của GS.TSKH. Nguyễn Xuân Tấn. Tôi xin cam đoan đây là công trình của tôi. Các kết quả đưa vào luận án đều được sự đồng ý của các đồng tác giả là GS.TSKH. Nguyễn Xuân Tấn và PGS.TS. Nguyễn Bá Minh. Các kết quả của luận án là mới và chưa từng được công bố trong bất kỳ công trình nào khác.

Tác giả

Nguyễn Quỳnh Hoa

Lời cảm ơn

Luận án này được thực hiện tại Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên và hoàn thành dưới sự hướng dẫn khoa học của GS.TSKH. Nguyễn Xuân Tấn. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc nhất tới người thầy của mình. Thầy đã tận tình dìu dắt, hướng dẫn và luôn động viên, khích lệ tác giả trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu.

Tác giả cũng xin trân trọng cảm ơn Ban Giám hiệu Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên, Ban Chủ nhiệm Khoa Toán, cùng các thầy, các cô tham gia giảng dạy đã tạo mọi điều kiện tốt nhất để tôi học tập và nghiên cứu. Bên cạnh đó, tác giả xin được bày tỏ lòng cảm ơn tới Ban giám hiệu, Khoa Khoa học cơ bản và Bộ môn Toán của trường Đại học Kinh tế và Quản trị kinh doanh - Đại học Thái Nguyên đã luôn tạo điều kiện thuận lợi để tác giả có thể học tập và hoàn thành luận án của mình.

Cuối cùng, tác giả xin chân thành cảm ơn gia đình, bạn bè, đồng nghiệp và các anh chị em nghiên cứu sinh đã luôn động viên, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu và làm luận án.

Tác giả

Nguyễn Quỳnh Hoa

Mục lục

Danh mục ký hiệu và chữ viết tắt

$\mathbb{R}$	tập hợp các số thực
$\mathbb{R}^+$	tập các số thực không âm
2^X	tập các tập con của tập hợp X
X^*	không gian đối ngẫu tôpô của không gian tôpô tuyến tính X
$\langle p, x\rangle$	giá trị của $p \in X^*$ tại $x \in X$
$F : X \to 2^Y$	ánh xạ đa trị từ tập Xvào tập Y
$\mathrm{Gr}(F)$	đồ thị của hàm F
$\mathrm{dom}(F)$	miền xác định của hàm F
F^{-1}	hàm ngược của hàm F
$u.s.c$	nửa liên tục trên
$l.s.c$	nửa liên tục dưới
$\forall x$	với mọi x
$\exists x$	tồn tại x
$\emptyset$	tập rỗng
$\{x_\alpha\}$	dãy suy rộng
$\mathrm{co}A$	bao lồi của tập hợp A
$\mathrm{cone}A$	bao nón lồi của tập hợp A
$\mathrm{cl}A, \bar{A}$	bao đóng tôpô của tập hợp A
$\mathrm{int}A$	phần trong tôpô của tập hợp A

$A \subseteq B$	A là tập con của B
$A \cup B$	hợp của hai tập hợp A và B
$A \cap B$	giao của hai tập hợp A và B
$A \times B$	tích Đề các của hai tập hợp A và B
$A \backslash B$	hiệu của hai tập hợp A và B

Mở đầu

Khi nghiên cứu các hiện tượng trong tự nhiên và xã hội, cũng như trong các ngành khoa học, chúng ta thường gặp những câu hỏi: Tồn tại hay không tồn tại? Tồn tại như thế nào?

Theo thuật ngữ toán học, câu hỏi thứ nhất làm ta liên hệ với bài toán tồn tại hay không tồn tại nghiệm của phương trình. Bài toán này được phát biểu như sau: Tìm $\overline{x} \in D$ sao cho

$$F(\overline{x}) = 0, \tag{1}$$

trong đó, D là tập con khác rỗng của không gian X và F là ánh xạ đi từ D vào không gian tuyến tính Y. Bài toán này còn được gọi là phương trình toán tử.

Câu hỏi thứ hai, trong toán học, ta có thể liên hệ với bài toán: Tìm $\overline{x} \in D$ sao cho

$$f(\overline{x}) \leq f(x), \text{ với mọi } x \in D, \tag{2}$$

trong đó, D là tập con của không gian X và f là hàm số từ tập D vào không gian các số thực $\mathbb{R}$. Bài toán này còn được gọi là bài toán tối ưu.

Bài toán (1) và (2) đóng vai trò quan trọng trong việc ứng dụng toán học vào giải quyết những vấn đề đặt ra trong thực tiễn cuộc sống. Các nhà toán học đã xây dựng lý thuyết để giải hai bài toán (1) và (2). Lý thuyết để giải bài toán (1) được gọi là lý thuyết phương trình toán tử. Lý thuyết để giải bài toán (2) được gọi là lý thuyết tối ưu. Hai bài toán trên đóng vai trò trọng tâm của hai lý thuyết này. Lý thuyết phương trình toán tử và lý thuyết tối ưu có mối liên hệ qua lại, tương tác lẫn nhau. Trong nhiều trường hợp, bài toán (1) có thể đưa về bài toán (2) và ngược lại. Ví dụ: Khi X là không gian Hilbert, f là hàm lồi và có đạo hàm f', bài toán (2)